

TEMA 2

UNIVERSIDAD

Divisibilidad

Divisores de un número:

Un número a es divisor de otro número b si al dividir este último por el primero resulta división exacta, es decir, con resto cero.

Múltiplos de un número:

Un número a es múltiplo de otro b si al dividir a entre b resulta una división exacta.

Criterios de divisibilidad:

Vamos a ver a continuación unos criterios para saber cuando un número es divisible por otro sin necesidad de realizar la división.

- 1.– Un número es divisible por 2 si termina en 0 o en cifra par
- 2.– Un número es divisible por 3 si la suma de los valores de sus cifras es múltiplo de 3
- 3.– Un número es divisible por 4 si las dos últimas cifras son 0 o múltiplos de 4
- 4.– Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5
- 5.– Un número es divisible por 6 si lo es a la vez de 2 y de 3
- 6.– Un número es divisible por 7 si al restarle al número resultante de eliminar la última cifra el doble de esta, nos da como resultado un número múltiplo de 7
- 7.– Un número es divisible por 8 si las tres últimas cifras son 0 o múltiplo de 8
- 8.– Un número es divisible por 9 si la suma de los valores de sus cifras es múltiplo de 9
- 9.– Un número es divisible por 10 si termina en 0

EJERCICIOS PARA TODOS LOS NIVELES

- 1.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 2

- 2.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 3

- 3.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 4

- 4.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 5

- 5.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 6

- 6.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 7

- 7.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 8

- 8.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 9

- 9.- Escribe los 10 primeros múltiplos de 10

10.- Con ayuda de las reglas de divisibilidad, completa el siguiente cuadro:

Número	¿ ES DIVISIBLE POR:?								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
25	no	no	no	si	no	no	no	no	no
120									
135									
49									
154									
330									
180									
432									
525									
342									
1000									
1008									
1236									
150									
123450									

Números Primos

UN NÚMERO ES **PRIMO SI SÓLO TIENE DOS DIVISORES : EL PROPIO NÚMERO Y EL 1.** EN CASO CONTRARIO, EL NÚMERO SE LLAMA **COMPUESTO.**

UN NÚMERO COMPUESTO SE PUEDE EXPRESAR COMO UN PRODUCTO DE DOS O MÁS NÚMEROS PRIMOS

Ejemplo: el 17 es un número primo, porque sus divisores son el 1 y el 17

el 31 es un número primo, porque sus divisores son el 1 y el 31

el 15 es un número compuesto, porque sus divisores son el 1, el 3, el 5 y el 15

además se puede expresar como $15 = 3 \cdot 5$

OBTENCIÓN DE LOS NÚMEROS PRIMOS

CRIBA DE ERATÓSTENES:

El primer número primo es el 2. Si de una lista de números eliminamos todos los múltiplos de 2, el primer número no eliminado es también primo, en este caso el 3. Si eliminamos todos los múltiplos de 3, el primer número no eliminado es primo, en este caso el 5. Iremos de esta forma encontrando todos los números primos de cualquier lista en la que aparezcan números naturales consecutivos.

1.- Construye la tabla de los números primos menores que 200

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

La criba de Eratóstenes :

1.- Tacha todos los múltiplos de 2

2.- Tacha todos los múltiplos de 3

3.- Tacha todos los múltiplos de 5

4.- Tacha todos los múltiplos de 7

5.- Tacha todos los múltiplos de 11

6.- Tacha todos los múltiplos de 13

7.- Tacha todos los múltiplos de 17

8.- Tacha todos los múltiplos de 19

Así sucesivamente con los siguientes números primos

2.- Indica si los siguientes números son primos o compuestos. Indica todos sus divisores

2

3

4

5

6

7

8

9

10

12

13

15

17

22

25

27

29

30

31

33

35

37

38

40

41

43

45

47

48

49

50

52

53

Descomposición en factores primos

La descomposición de un número en factores primos consiste en transformarlo en un producto de forma que los factores que lo componen sean números primos.

El método consiste en dividir el número por el primer número primo que sea divisor suyo, haremos lo mismo con los sucesivos restos de las divisiones hasta que el último resto sea cero.

por ejemplo:

$$\begin{array}{r|l}
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Ejercicios NIVEL 1

1.- Halla las descomposiciones en factores primos de los siguientes números:

18

14

24

27

18 =

14 =

24 =

27 =

30

15

50

20

30 =

15 =

50 =

20 =

16

12

40

10

16 =

12 =

40 =

10 =

Ejercicios NIVEL 2

1.- Halla las descomposiciones en factores primos de los siguientes números:

189 |

189 =

270 |

270 =

144 |

144 =

400 |

400 =

252 |

252 =

140 |

140 =

540 |

540 =

750 |

750 =

325 |

325 =

1000 |

1000 =

625 |

625 =

450 |

450 =

Ejercicios NIVEL 3

1.- Halla las descomposiciones en factores primos de los siguientes números:

498 |

498 =

2052 |

2052 =

3196 |

3196 =

1404 |

1404 =

6050 |

6050 =

1480 |

1480 =

1400 |

1400 =

2700 |

2700 =

786 |

786 =

1230 |

1230 =

1050 |

1050 =

1721 |

1721 =

Máximo común divisor (m.c.d.)

Para hallar el **máximo común divisor (m.c.d.)** de dos o más números se descomponen en factores primos los números dados y, a continuación, se toma el producto de los factores primos comunes con su menor exponente.

Ejemplo: Calcular el **m.c.d.** de 1225 y 490.

$$1225 = 5^2 \cdot 7^2 \quad ; \quad 490 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2$$

$$\mathbf{m.c.d. (1225 \text{ y } 490) = 5 \cdot 7^2 = 5 \cdot 49 = 245}$$

Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Para hallar el **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números se descomponen en factores primos los números dados y, a continuación, se toma el producto de los factores primos comunes y no comunes con su mayor exponente.

Ejemplo: Calcular el **m.c.m.** de 120 y 325.

$$1225 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad ; \quad 325 = 5^2 \cdot 13$$

$$\mathbf{m.c.m. (120 \text{ y } 325) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13 = 7800}$$

EJERCICIOS NIVEL 1

1.- Busca los 8 primeros múltiplos de cada pareja de números y después selecciona el múltiplo común más pequeño de ambos.

a) 5 y 10

b) 4 y 6

c) 6 y 9

d) 3 y 8

e) 5 y 8

f) 2 y 8

g) 8 y 10

h) 6 y 8

i) 5 y 6

2.- Busca todos los divisores de las siguientes parejas de números y después selecciona el mayor de los divisores comunes.

a) 8 y 12

b) 14 y 21

c) 16 y 24

d) 8 y 16

e) 10 y 15

f) 20 y 30

g) 6 y 9

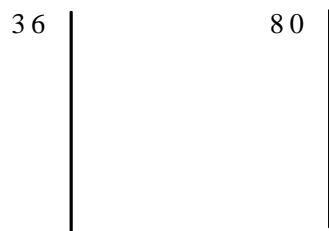
h) 10 y 16

i) 15 y 25

EJERCICIOS NIVEL 2

1.- Hallar el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

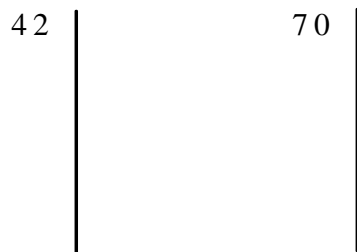
a) 36 y 80



36 =

80 =

b) 42 y 70

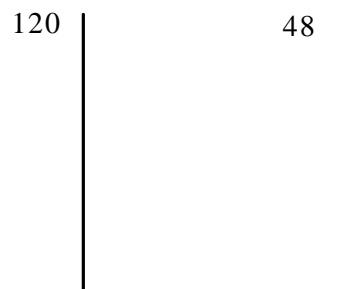


42 =

70 =

m.c.m. (42 y 70) =

c) 120 y 48

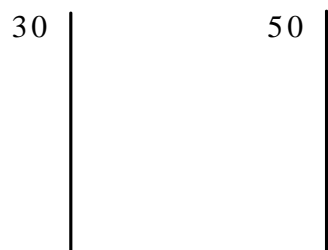


120 =

48 =

m.c.m. (120 y 48) =

d) 30 y 50

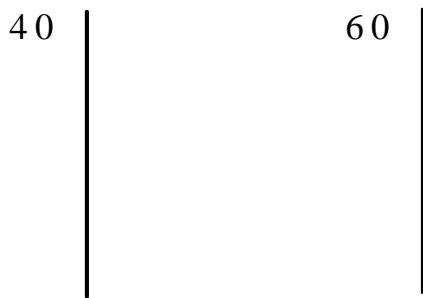


30 =

50 =

m.c.m. (30 y 50) =

e) 40 y 60

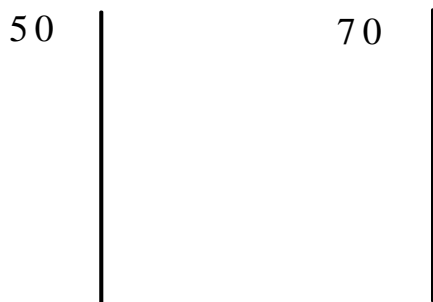


40 =

60 =

m.c.m. (40 y 60) =

f) 50 y 70

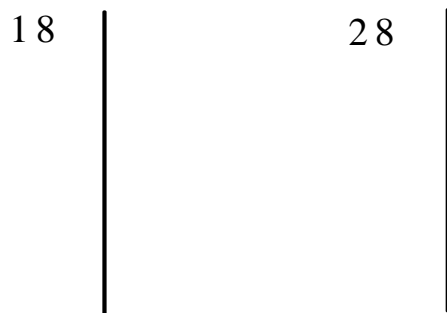


50 =

70 =

m.c.m. (50 y 70) =

g) 18 y 28

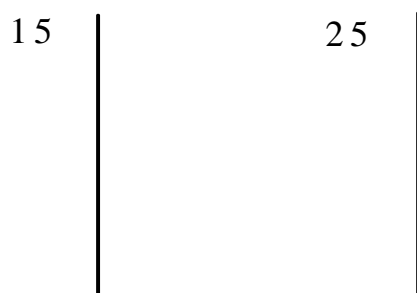


18 =

28 =

m.c.m. (18 y 28) =

h) 15 y 25



15 =

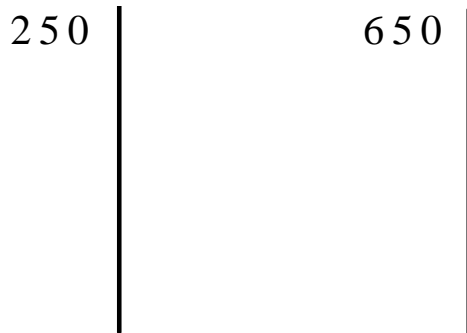
25 =

m.c.m. (15 y 25) =

EJERCICIOS NIVEL 3

1.- Hallar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los siguientes números:

a) 250 y 650



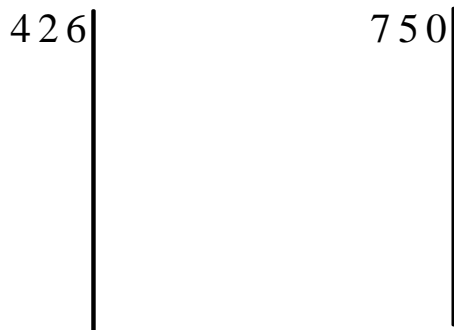
250 =

650 =

m.c.m. (250 y 650) =

m.c.d. (250 y 650) =

b) 426 y 750



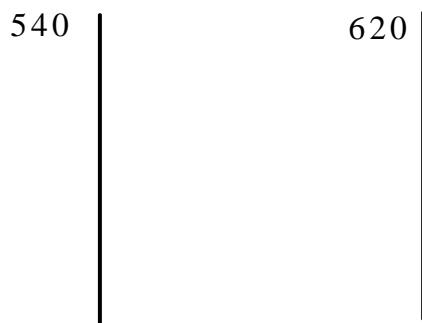
426 =

750 =

m.c.m. (426 y 750) =

m.c.d. (426 y 750) =

c) 540 y 620



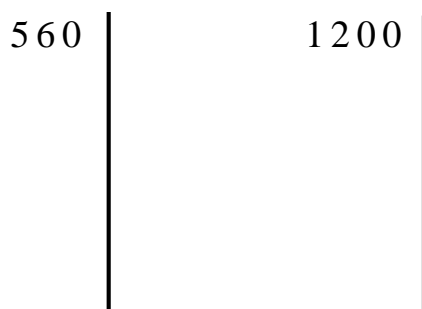
540 =

620 =

m.c.m. (540 y 620) =

m.c.d. (540 y 620) =

d) 560 y 1200



560 =

1200 =

m.c.m. (560 y 1200) =

m.c.d. (560 y 1200) =

e) 400 y 600

400 |

600 |

400 =

600 =

m.c.m. (400 y 600) =

m.c.d. (400 y 600) =

f) 500 y 700

500 |

700 |

500 =

700 =

m.c.m. (500 y 700) =

m.c.d. (500 y 700) =

g) 186 y 288

1750 |

2205 |

1750 =

2205 =

m.c.m. (1750 y 2205) =

m.c.d. (1750 y 2205) =

h) 150 y 256

270 |

300 |

270 =

300 =

m.c.m. (270 y 300) =

m.c.d. (270 y 300) =

PROBLEMAS NIVEL 1

Problema 1.- Si tengo 240€, ¿cuánto dinero puedo pagar con sólo billetes de 50€ sin que me den vuelta? Explica la respuesta

Problema 2.- En una huería se venden los huevos en cajas de medias docenas. ¿Se podrían comprar exactamente 35 huevos? ¿Y 42 huevos? Explica la respuesta.

Problema 3.- Jaime tiene 3 hijas y quiere darles a todas para Navidad la misma cantidad de regalos y no más de 16 en total, para las tres. ¿Cuántos regalos puede darle a cada una como máximo? Explica la respuesta.

Problema 4.- Virginia tiene 105 monedas. ¿Podría repartir el mismo número de monedas en 2 huchas? ¿Y en 3? ¿Y en 4? ¿Y en 5? Explica la respuesta.

Problema 5.- Si Alberto puede repartir sus canicas sin que le sobre ninguna en bolsas de 6 y en bolsas de 9. ¿cuántas canicas tiene si el número es menor de 50?

Problema 6.- Alejandro tiene sus lápices de colores en cajas de 9, completas y sin que le sobre ninguno y Eduardo los tiene en cajas de 15. Si ambos tienen el mismo número de lápices y este es menor de 60, ¿cuántos lápices tienen?

PROBLEMAS NIVEL 2

Problema 1.- Juan tarda 20 minutos en dar una vuelta en bicicleta a su barrio y Pedro tarda 25 minutos. Si salen a la vez. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

Problema 2.- María va al cine cada 9 días y su hermana Elena cada 15 días. Si hoy van juntas. ¿cuándo volverán a coincidir?

Problema 3.- Se dispone de una varilla recta de 8 cm y una varilla recta de 12 cm. ¿Cuál es la menor longitud que se puede medir con ambas varillas?

- Problema 4.-** En un camino de 50 metros se instalaron postes de luz cada 10 metros, y postes de teléfono cada 5 metros. ¿En el camino en cuestión, existen postes que puedan ser usados para ambas cosas? Explica la respuesta.
- Problema 5.-** Juan tiene menos de 35 años, y su edad es divisible por 2, por 3 y por 8. ¿Cuál es la edad de Juan?
- Problema 6.-** Antonio cena pescado cada 4 noches y Andrea cada 6. Si hoy han cenado pescado, ¿Cuántos días deben pasar como mínimo para que los dos vuelvan a cenar pescado?

PROBLEMAS NIVEL 3

Problema 1.- Se tienen 12 bombones y 18 pasteles. ¿Cuál es el mayor número de cajas con pasteles y bombones que se pueden rellenar, si todas las cajas deben tener el mismo número de bombones y el mismo número de pasteles y se empaquetan todos los dulces?

Problema 2.- ¿Cuántos conejos tengo que añadir a los 123 que ya tengo para poder distribuirlos en jaulas de 9 conejos cada una?

Problema 3.- Dos depósitos contienen 100 l. Y 80 l. De oxígeno respectivamente. ¿ cuál será la capacidad máxima de las bombonas que se pueden llenar con el líquido de ambos depósitos?

- Problema 4.-** En una granja hay 512 cerdos, y en otra 379. Se han vendido todos y se quieren utilizar para el transporte camiones iguales. ¿Podemos utilizar 9 camiones? ¿y 11?
- Problema 5.-** Se desea dividir un terreno rectangular, de 120 m de ancho por 180 m de largo, en parcelas cuadradas que sean lo más grandes posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada parcela?
- Problema 6.-** Un grupo de 60 niños, acompañados de 36 padres, acuden a un campamento en la montaña. Para dormir, acuerdan ocupar cada cabaña con el mismo número de personas. Además, cuantas menos cabañas ocupen menos pagan. Por otro lado, ni los padres quieren dormir con niños ni los niños con padres. ¿Cuántos entrarán en cada cabaña?