

TEMA 7

PROPORCIÓN

PROPORCIONALIDAD

RAZÓN ENTRE DOS CANTIDADES:

La razón entre dos cantidades es la relación existente entre ellas expresada en forma de cociente..

La razón entre las cantidades a y b se expresa:

$$a : b \quad \text{o} \quad \frac{a}{b}$$

Ejemplo: Expresa como razón la relación que existe entre los 20 chicos y 10 chicas que hay en una clase.

$$\frac{20}{10} = 2 \quad \text{Esto significa que hay el doble de chicos que de chicas.}$$

La expresión decimal (resultado de la división) **de una razón** se llama **tanto por uno**, y expresa las veces que se repite una cantidad respecto a la unidad.

Ejemplo: Una persona recorre 14 km en 2 horas.

La razón entre el espacio recorrido y el tiempo empleado es: $\frac{14}{2}$

El tanto por uno es $\frac{14}{2} = 7$ que indica que en **una** hora la persona recorre 7 km.

PROPORCIÓN

Se llama proporción a la igualdad de dos razones $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

En una proporción, los términos a y d (primero y cuarto) se denominan EXTREMOS y los términos b y c (segundo y tercero) se denominan MEDIOS.

En todas las proporciones se cumple que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} \Rightarrow 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8$$

Como aplicación de esta propiedad aprenderemos a obtener uno de los términos de la proporción, conocidos los otros tres:

Obtener el valor de n en la siguiente proporción: $\frac{2}{4} = \frac{7}{n}$

$$2 \cdot n = 4 \cdot 7 \Rightarrow n = \frac{4 \cdot 7}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN:

Calcula el término que falta en las siguientes proporciones:

a) $\frac{n}{5} = \frac{6}{15}$

b) $\frac{7}{n} = \frac{2}{8}$

c) $\frac{9}{25} = \frac{3}{n}$

d) $\frac{12}{18} = \frac{n}{6}$

e) $\frac{8}{12} = \frac{n}{42}$

f) $\frac{2}{n} = \frac{5}{15}$

g) $\frac{n}{48} = \frac{9}{16}$

h) $\frac{3}{5} = \frac{9}{n}$

i)
$$\frac{2}{12} = \frac{n}{18}$$

j)
$$\frac{5}{n} = \frac{15}{12}$$

k)
$$\frac{n}{10} = \frac{2}{5}$$

l)
$$\frac{6}{1,2} = \frac{7,2}{n}$$

m)
$$\frac{2,5}{10} = \frac{5}{n}$$

n)
$$\frac{3,5}{4} = \frac{8,4}{n}$$

ñ)
$$\frac{1,2}{1,8} = \frac{n}{6}$$

o)
$$\frac{49}{84} = \frac{n}{12}$$

MAGNITUDES

Una magnitud es una cualidad de los cuerpos que se puede medir. (masa, longitud, capacidad, ...)

Dos magnitudes son **DIRECTAMENTE PROPORCIONALES** si al aumentar o disminuir una de ellas, la otra aumenta o disminuye en la misma proporción. Si la primera aumenta el doble, el triple, .. la segunda aumentará el doble, el triple, ..

Dos magnitudes son **INVERSAMENTE PROPORCIONALES** si al aumentar o disminuir una de ellas, la otra disminuye o aumenta en la misma proporción. Si la primera aumenta el doble, el triple, .. la segunda disminuirá a la mitad, la tercera parte, ..

Indica si las siguientes magnitudes se encuentran en proporción directa, inversa o en ninguna de ellas:

- 1.- Talla de pantalones y precio de los pantalones
- 2.- Velocidad a la que circula un coche y espacio que recorre
- 3.- Dinero que tienes para gastar y bolsas de chuches que puedes comprar
- 4.- Números de grifos que llenan una piscina y tiempo que esta tarda en llenarse
- 5.- Cantidad de garbanzos en un cocido y número de raciones que se pueden cocinar
- 6.- Número de trabajadores y tiempo que tardan en hacer un muro
- 7.- Número de miembros de una familia y litros de leche que consumen
- 8.- Edad de una persona y estatura que tiene
- 9.- Número de entradas vendidas para una fiesta y dinero recaudado
- 10.- Número de personas y trozos de una tarta que se pueden comer
- 11.- Edad de una persona y número de amigos que tiene

TABLAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Ejemplo: Completar la siguiente tabla de valores directamente proporcionales:

	a	b	c	d	e	f
Magnitud 1	2	4	6	8	10	
Magnitud 2			9			18

Para completar una tabla de magnitudes directamente proporcionales procederemos de la siguiente forma:

Paso 1: Establecemos el tanto por uno (también llamado constante de proporcionalidad) entre la magnitud 2 y la magnitud 1 con los datos de la tabla:

$$\frac{9}{6} = 1,5 \text{ Lo que significa que por cada elemento de la magnitud 1 tenemos 1,5 elementos de la magnitud 2.}$$

Paso 2: Para obtener las cantidades correspondientes de la magnitud 2, multiplicamos las cantidades de la magnitud 1 por el tanto por uno o constante de proporcionalidad .

Para obtener las cantidades correspondientes de la magnitud 1, dividimos las cantidades de la magnitud 2 por el tanto por uno o constante de proporcionalidad .

a) $2 \cdot 1,5 = 3$ b) $4 \cdot 1,5 = 6$ d) $8 \cdot 1,5 = 12$

e) $10 \cdot 1,5 = 15$ f) $18 : 1,5 = 12$

La tabla de proporcionalidad quedará:

Magnitud 1	2	4	6	8	10	12
Magnitud 2	3	6	9	12	15	18

Completa las siguientes tablas de proporcionalidad directa:

1.-

Magnitud 1	3	6	8	10
Magnitud 2		18		

2.-

Magnitud 1	1	2	4	8
Magnitud 2			6	

3.-

Magnitud 1	0,5	2		4,5
Magnitud 2	2		10,5	

4.-

Magnitud 1	0,4		1,2	8
Magnitud 2		1,5	1,8	

5.-

Magnitud 1	2	5	8	12
Magnitud 2			10	

6.-

Magnitud 1	3	5	8	
Magnitud 2		8		16

7.-

Magnitud 1	2	4		8
Magnitud 2	0,8		2,4	

8.-

Magnitud 1	5	10		20
Magnitud 2		14	16,8	

PROBLEMAS DE PROPORCIÓN DIRECTA

Para resolver problemas de proporción directa, debemos tener en cuenta que siempre se cumple que **la razón entre las cantidades de la primera magnitud es igual a la razón entre las cantidades de la segunda magnitud.**

Ejemplo:

Si con 2€ se pueden comprar 8 bolsas de chuches . ¿Cuántas bolsas se pueden comprar con 5€?

DATOS:

Con 2 € se compran 8 bolsas Razón entre las cantidades de la primera magnitud: $\frac{2}{5}$

Con 5 € se compran x bolsas Razón entre las cantidades de la segunda magnitud: $\frac{8}{x}$

Es una PROPORCIÓN DIRECTA, se cumplirá entonces que: $\frac{2}{5} = \frac{8}{x}$

Resolvemos:

$$2 \cdot x = 5 \cdot 8 \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 8}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ bolsas de chuches se pueden comprar con } 8 \text{ €}$$

PORCENTAJES

Un porcentaje o tanto por ciento equivale a una razón que nos da una determinada cantidad de una magnitud por cada cien unidades:

30% equivale a la razón $\frac{30}{100}$ y al tanto por uno: $\frac{30}{100} = 0,3$

Para calcular porcentajes, podemos utilizar tres métodos equivalentes:

1.- Método de proporciones: Los porcentajes equivalen a un problema de proporcionalidad directa.

Ejemplo: **Calcular el 25% de 50.**

Planteamiento: 50 equivale al 100 %
 x equivale al 25 %

Es una PROPORCIÓN DIRECTA, se cumplirá entonces que: $\frac{50}{x} = \frac{100}{25}$

Resolvemos: $50 \cdot 25 = 100 \cdot x \Rightarrow x = \frac{50 \cdot 25}{100} = \frac{1250}{100} = 12,5$ es el 25% de 50

2.- Método de las fracciones. Un porcentaje equivale a una razón que nos da una determinada cantidad de una magnitud por cada cien unidades. Podemos expresarlo como el cociente del porcentaje entre 100.

Ejemplo: **Calcular el 25% de 50.**

El 25% de 50 lo podemos expresar como los $\frac{25}{100}$ de 50. Si recordamos las fracciones, tendremos:

El 25% de 50 son los $\frac{25}{100}$ de 50 $\frac{25}{100} = \frac{25}{100} \cdot 50 =$ es $\frac{25 \cdot 50}{100} = \frac{1250}{100} = 12,5$ el 25% de 50

3.- Método del tanto por uno. El tanto por uno es el resultado de realizar la división entre las cantidades que se relacionan en una razón, equivale a una razón que nos da una determinada cantidad de una magnitud por cada unidad.

Ejemplo: **Calcular el 25% de 50.**

El 25% de 50 lo podemos expresar como $\frac{25}{100}$ los de 50. El tanto por uno equivalente a la razón

$\frac{25}{100}$ es 0,25, es decir: $\frac{25}{100} = 0,25$. Por tanto, El 25% de 50 es $0,25 \cdot 50 = 12,5$

EJERCICIOS SENCILLOS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y PORCENTAJES

20 % de 100

20 % de 50

10 % de 200

30 % de 50

50 % de 30

80 % de 10

40 % de 200

25 % de 20

30 % de 10

30 % de 60

10 % de 40

20 % de 10

20 % de 40

20 % de 60

20 % de 70

20 % de 80

30 % de 20

30 % de 40

30 % de 30

40 % de 40

60 % de 60

2 es a 6 como 5 es a :.....

3 es a 6 como 4 es a : ...

10 es a 5 como 4 es a : ...

9 es a 18 como 6 es a : ...

10 es a 15 como 20 es a : ...

7 es a 49 como 10 es a : ...

20 es a 5 como 16 es a : ...

18 es a 3 como 30 es a : ...

3 es a 21 como 5 es a : ...

6 es a 12 como 8 es a: ...

35 es a 5 como 63 es a: ...

12 es a 24 como 9 es a: ...

5 es a 15 como 8 es a: ...

50 es a 10 como 35 es a: ...

6 es a 36 como 5 es a: ...

22 es a 11 como 12 es a: ...

42 es a 7 como 54 es a: ...

9 es a 81 como 4 es a: ...

72 es a 9 como 24 es a: ...

6 es a 24 como 5 es a: ...

30 es a 5 como 12 es a: ...

PROBLEMAS:

Problema 1: Si con 2€ se pueden comprar 8 bolsas de chuches en un kiosco. ¿Cuántas bolsas se pueden comprar con 5€?

Problema 2: Luis ha comprado 7 cuentos con 49 €. ¿Cuántos comprará con 84 €?

Problema 3: Por alquitrantar 5 metros de carretera, se han pagado 1905€. ¿Cuánto se pagará por alquitrantar 15 metros?

Problema 4: En tres cartones de huevos caben 36 huevos. ¿Cuántos huevos caben en cuatro cartones y medio?

Problema 5: Tres cuadernos iguales le han costado a Andrea 3,75€ ¿Cuánto tendrá que pagar por 7 cuadernos?
¿Cuántos cuadernos podrá comprar con 10€?

Problema 6: Por 450 g de langostinos Juan ha pagado 4,5€ ¿Cuánto cuesta el kilo de langostinos?

Problema 7: Una máquina fabrica 7500 tornillos en media hora. ¿Cuántos tornillos fabricará si está funcionando cinco horas?

Problema 8: Alba ha percibido 16 euros por un trabajo de reparto de publicidad durante 4 horas. ¿Cuánto recibirá Samuel, que ha trabajado 3 horas?

- Problema 9:** Para hacer una tarta para 8 personas necesito 4 tazones de leche, 1 limón, 10 cucharadas de azúcar y 8 huevos. Halla la cantidad necesaria de cada ingrediente para hacer una tarta para 4 personas.
- Problema 10:** Si 3 euro equivale a 3,92 dólares, determina a cuántos euros equivalen 50 dólares.
- Problema 11:** Un hotel sirve a sus 120 clientes 200 panecillos en el desayuno. Sabiendo que la proporción entre el número de clientes y el de panecillos se mantiene, ¿cuántos panecillos necesitará el hotel para 168 clientes?
- Problema 12:** Un automóvil gasta 5 litros de gasolina cada 100 km. Si quedan en el depósito 14 litros, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el automóvil?

Problema 13: Si por 12 camisetas pago 96€, ¿cuánto pagaré por 57 de esas camisetas?

Problema 14: Trescientos gramos de queso cuestan 6€. ¿Cuánto podré comprar con 4,50€?

Problema 15: Una máquina embotelladora llena 240 botellas en 20 minutos. ¿Cuántas botellas llenará en hora y media?

Problema 16: Un corredor de maratón ha avanzado 2,4 km en los 8 primeros minutos de su recorrido. Si mantiene la velocidad, ¿cuánto tardará en completar los 42 km del recorrido?

Problema 17: Un padre le da la paga a sus tres hijas de forma que a cada una le corresponde una cantidad proporcional a su edad. A la mayor, que tiene 15 años, le da 45 euros. ¿Cuánto dará a las otras dos hijas de 12 y 8 años de edad?

Problema 18: Una fuente da 54 litros de agua en 6 minutos. ¿Cuántos litros de agua dará en 20 minutos?

Problema 19: Un corredor da seis vueltas a una pista en 18 minutos. Si sigue al mismo ritmo ¿Cuánto tardará en dar 8 vueltas? ¿Cuánto tiempo tardó en dar las 3 primeras vueltas?

Problema 20: Un coche de carreras ha recorrido los 11 primeros kilómetros del circuito en 4 minutos ¿Cuánto tardará en recorrer 25km?

21. Al comprar la Play S. 3, que cuesta 650€ nos hacen un descuento del 8%. ¿Cuánto nos hemos ahorrado?
22. Si una camiseta pasa en las rebajas de costar 20 € a 15€ ¿Qué porcentaje de rebaja se le ha aplicado?
23. En las rebajas de enero, los precios se rebajaron primero un 40% . Si inicialmente una camisa costaba 75 € ¿cuánto costará la camisa al después de las rebajas?
24. Si en un mes el número de discos que vende un cantante es 150000 y en el mes siguiente las ventas disminuyen un 15%. ¿Cuántos discos vende en el segundo mes?

25. El 10% de una cantidad es 60, ¿cuál es esa cantidad?
26. El 30% del valor de un objeto son 2€ ¿Cuánto vale el cuaderno?
27. Si 30.000 mujeres corresponden al 60% de los habitantes de una ciudad. ¿Cuántos habitantes tiene esa ciudad?
28. Un vendedor de coches recibe de comisión el 8% de las ventas. Si en una semana ganó 2400€ ¿Cuál fue el importe de las ventas realizadas?

29. En un grupo de 28 alumnos aprueban 16. ¿Qué tanto por ciento suspenden?
30. De los 120 alumnos de 1° de ESO de un instituto, 30 son repetidores. ¿Qué porcentaje hay de alumnos repetidores?
31. Calcula los euros que tengo si aumentado en un 25% es igual a 400 €
32. Compramos un libro por 12 €y después de leerlo se lo vendemos a un amigo haciéndole el 30% de descuento. ¿Cuál es el precio de reventa?

33. En una cesta hay 80 manzanas, de las cuales se malogran el 40%. ¿Cuántas manzanas están en buen estado?
34. Si el 30% de un número es 12, ¿Cuál es dicho número?
35. En una clase de 30 alumnos, el 80% votaron a la actual delegada. ¿Cuántos votos recibió la delegada?
36. Un señor ganaba 1.500 € le suben el sueldo un 6,5%. ¿Cuánto ganará?

37. Una lavadora que cuesta 520 € la rebajan un 10%, ¿cuál es su nuevo precio?
38. Se desea vender un artículo con IVA incluido por 29 €. Si el IVA es el 16%, ¿cuál debe ser su precio sin IVA?
- 39.- En una caja hay 30 bolas rojas, 20 bolas amarillas y 15 bolas verdes. ¿Qué porcentaje le corresponde al número de bolas que hay de cada tipo?
- 40.- Un equipo de baloncesto anota 80 puntos en un partido. Uno de los jugadores ha anotado 26 puntos y otro 20. ¿Cuál es su porcentaje de anotación en las estadísticas del partido?